

Elementorum Euclidis Megarensis

Definitiones

Punctum est cuius nulla pars est ut punctus *A*. potest esse et initium et finis lineae, et punctum contactus, divisionis, et coniunctionis.

A

Linea quae intelligitur fluere ex puncto est longitudo latitudinis egressa et per, tamquam in duo genera suprema dividitur nimirum in recta et obliqua.

Recta est quae ex quo suo interiora est punctis; hoc est ad eandem recta linea punctis intelligitur terminata nullam partem habet quae non intelligatur recte interiora: inter eadem puncta non est linea. *A. B.*

A

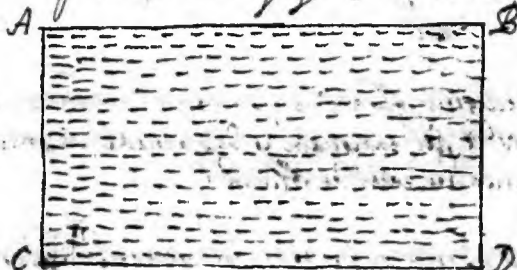
B

Obligua vero est omnis alia linea quae non sit par: sed una, ita rectae interiora est, inter puncta terminata: et haec multiplex habet differentiam cum alia sit circularis, alia ovata, pluralis, et alia quae cumque linea quae recta non sit ut linea *A. B. C. D.*

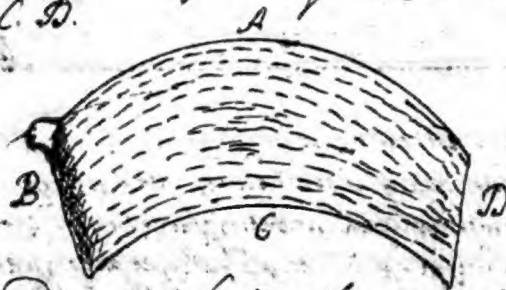


Ex lineis tamquam ex terminis oritur superficies quae longitudinem latitudinemque eandem habet, et haec etiam in duo genera dividitur, hoc est in superficiem planam

sunt rectam, et obliquam, plana est que ex equo ducta
interiusque, que non habet eandem lineam, et ter-
minis inter illas nullam habet partem que non sit ex equo
posita, et est superficies. A. B. C. D.



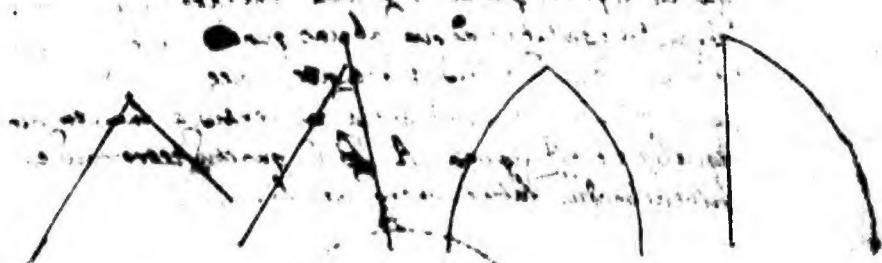
Obliqua est alia quecumque superficies que non habeat omnes
sui partes ita ex equo dispositas, sed ex quibusdam depressis
et erit concava vel partim depressus partim elevatus, ut
A. B. C. D.



Angulorum quidam sunt plani, quidam vero solidi.

Planus angulus est duarum linearum in plano se mutuo tangen-
tium et non indirectum iacentium alterius inclinationis
ubi aduertendum est, assensum, et quantitatem anguli
totam esse eandem in quocumque duarum linearum inclinatione
nihil ascendendo, ad longitudinem et qualitatem
linearum; Linee quibus angulum continent fue-
rint recte angulus erit rectus, Linee si oblique
Linee et curvae angulus erit curvilineus, si una
recta

recta, et altera curva nihil lineae



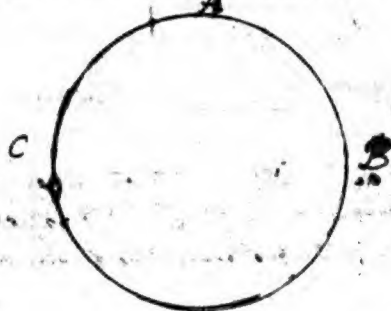
Triplex est angulus rectilineus, nimirum rectus, obliquus et alius.

Angulus rectilineus planus, est rectus quando recta linea ita super aliam rectam consistit ut faciat qui sunt hinc inde equalis et propterea uterque illos est rectus, et linea inscribens dicitur perpendicularis, sicut est linea inscribens A . faciens angulos $A. B. D.$ hinc inde positi equalis, ne proinde rectus; si vero linea inscribens faciat angulos inaequales sicut faciat inscribens A . maior angulus erit obtusus de $A. B.$ minor erit acutus ut $A. B. D.$



Figura est quae sub aliquo vel aliquibus terminis comprehenditur hoc est ambitus, et non solum terminatus, ut excludat

cludatur linea quæ licet diminuitur a punctis non tam
 comprehenditur.
 Inter figuras planas omnium simpliciter est circulus
 qui est figura plana una linea contenta quæ circū-
 ferentia appellatur ad quæ ab uno puncto interiorum me-
 dio existentium, omnes procedentes Lineæ in quibus in
 ipsius circuli circumferentia incidentes ad invicem sunt
 æquales ut est figura A. B. C. quoniam reversus ex-
 istens, medius dicitur centrum circuli.

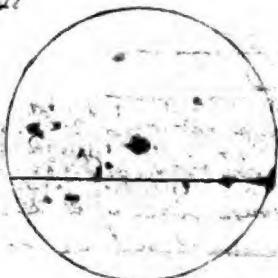


Diameter autem circuli est recta quædam linea per
 centrum ductum et est ex utraque parte in circuli gi-
 feriam terminata quæ circuli bifariam secat
 Semicirculus est figura quæ continetur sub diametro
 et sub ea linea quæ de circuli periferia auferitur.



Si circulus dividatur per aliam lineam quæ non transeat
 per centrum et ex utraque parte circuli periferia sit termi-
 nata

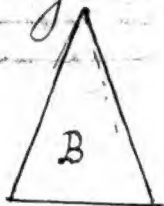
nata, circulus erit dictus in duas figuras inaequales,
 et maior erit illa in qua reperitur centrum et
 propterea dictus maior segmentum circuli, minor uero
 ea, quae a de centro, et dicitur minus segmentum
 eiusdem circuli



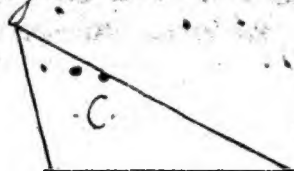
Sunt aliae figurae planae cuius lineae ad circuli est
 figura inaequalis, et haec praecipue attendit a Geometria
 Potest figuram circulearem sequens, figura rectae lineae
 quae sub rectis lineis continetur, et primo loco
 venient trilaterae quae tribus rectis lineis ambiuntur
 harum figurarum differentia geri potest tam ex la-
 teribus quam ex angulis, si ex lateribus geratur uel
 ab triangulum equilaterum, quod tria latera habet
 equalia ut triangulum A.



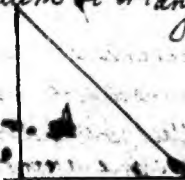
Vel est isosceles quod duo tantum habeat equa-
 lia latera ut triangulum B.



Vel scabenum omnia tria habet inaequalia ut
est triangulus C.



Si vero differentia trilateralis figurarum pascit ex
angulis vel est triangulus rectangulus quod secus
habet angulum A triangulus A.



Vel obliquum quod obtusum ut triangulus B.



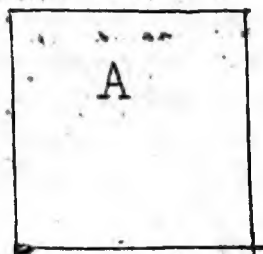
Vel acutius quod tres habet angulos acutos ut
triangulus C.



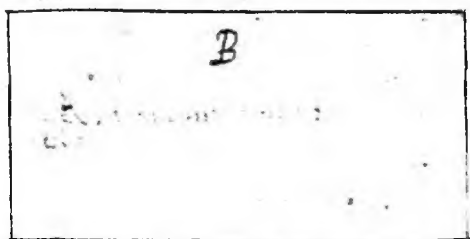
Tri

Trilateralis figuris succedunt figurae quadrilaterae
quae sub quatuor lineis continentur et harum
differentia est quinduplex vel enim est qua-
drangulus

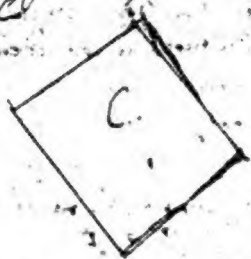
dracus quod et equilateris et rectis angulis est ut
quadratus A



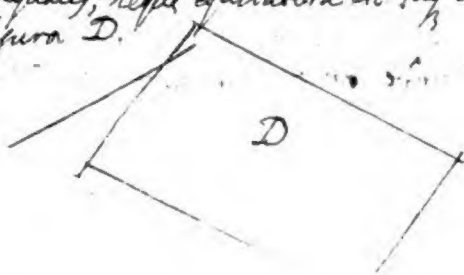
Vel figura altera parte longior que rectangula
quidem sed equilatera non est ut est B.



Vel rombus qui figura equilatera sed rectangula
non est ut est C.



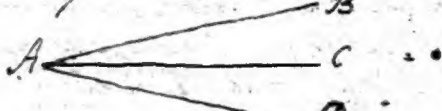
Vel Dromboideis qui aduersa, et latera, et angulos ha-
bens inter se equalis, neque equilatera est neque rectan-
gula ut est figura D.



Vel trapezita, in qua comprehenduntur tres alie figure
 quadrilaterae.
 Primum etiam figure quadrilaterae dicuntur Paralelo-
 grama quia bina illos opposita latera sunt parallela
 seu equidistantia; Post quadrilateras figuras veniunt
 pentagoni id est quinque contenti sub lineis; Exponit
 sex; Eptagoni septem, et alie multi lateris figure
 innumere.

Petitiones sive Postulatus

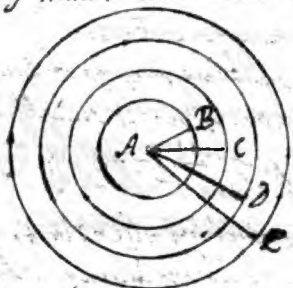
1. Postulatus ut a quovis puncto in quovis punctum
 recta Linea ducere concedatur ut sunt lineae. A. B.
 A, C. A. D. A puncto A. id concedi debet ex definitione
 essentiali ipsius Lineae cum n. a quolibet puncto ad
 quolibet punctum possit duci Linea. A. B.



2. Rectam Lineam terminatam producere ut exempli
 gratia Linea A. B. produci posse concedatur usque in E. et
 C, in D. et sic in infinitum id concedendum est ob eandem
 rationem superius aliam cum semper recta possit
 ultra punctum fluere. A. B. C. D. E. F.
3. Quovis centro et intervallo circulum describere ut
 exempli gratia ex centro A. talis ad intervallo B.
 quam ad intervallo C. D. E. F.

Data enim quacumque Linea terminata cuiuscumque longi-
 tudinis si bee concipiatur applicata uni puncto secundum
 unum extremum et circumducta secundum alium donec rever-
 tatur unde primus dicemus describas circulus

Quaecumq; magnitudo data summi posse aliam
 vel maiorem vel minorem
 Hoc intelligi debet de qualitate secundum illa di-
 mensionem quam habet et concedendum est a pari-
 tate quantitatibus discretis sicut. n. dato quocumque
 numero alius minor aut maior dari potest.



Axiomata

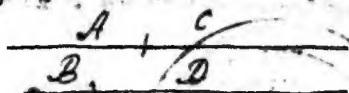
Quae eidem equalia et inter se sunt equalia $\overline{A} \quad \overline{B} \quad \overline{C}$
 ut si linea A est equalis lineae B, et linea C est equalis
 eidem lineae B. Linea A et C erunt inter se equalis et hoc
 principium est simile illi *Philosophico*: Quae sunt eadem
 uni tertio sunt eadem inter se

2° Cuius equalibus equalia adiciantur, erunt omnia equalia
 ut si lineis A. et B. equalibus adideris C. et D. equalis
 tota linea erit equalis, alioquin si una esset maior plus
 illi esset adiectum.

3° Cuius ab equalibus equalia auferantur quae relinquuntur
 erunt equalia, ut si parvis lineis equalibus semperis
 por

portionem A et D . equalis remanebit A et B .
inter se

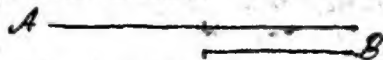
4^o Et si inaequalibus equalia aduincantur omnia inaequalia erunt ut si linea A et C inaequalibus addideris C et D equalis remanebit linea A et B equalis, et C et D erunt inaequales



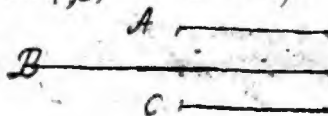
5^o Et si inaequalibus equalia auferantur, reliqua inaequalia erunt, ut si lineis positibus inaequalibus demas eris C et D equalis, remanebit linea A et B inaequalis

~~Et si inaequalibus equalia auferantur, reliqua inaequalia erunt~~
~~ut si lineis~~

6^o Quae eadem duplicia sunt, ad invicem sunt equalia et quoniam unius equalis duplus est, duplus est et alterius equalis huius magnitudinibus equalibus uni vero equalis adiungit excessus sic linea C et D sunt equalis quia utraque est dupla eiusdem lineae B et linea A quia est duplus. Propter A est eadem duplus lineae C equalis ipsi lineae A , et pariterque eundem sunt triplicia quae duplicia C inter se sunt equalia propter a latas rationes.

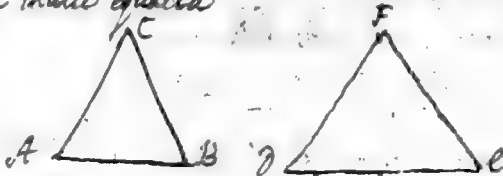


7^o Et quae eadem sunt dimidia inter se sunt equalia, pro utraque quod ab eadem magnitudine equalis auferantur ex: ceteris sicut si linea A dimidius lineae B , et linea C dimidius eiusdem lineae B , linea A et C erunt equalis ad invicem



et quae A et C .

8^o *Quae sibi met ipsis conveniunt equalia sunt ad invicem.*
 Hoc est si super positione duarum rectarum intelligantur
 convenire in limitibus et duae superficies in lateribus et
 angulis et quae sunt similia similibus ex omni parte
 conveniant ea oportet esse ad invicem equalia et e contra
 si triangulum ABC , et triangulum DEF , si tres anguli
 et latera primi trianguli utrumque utriusque erunt haec tri-
 angula invicem equalia



9^o *Totum est maius parte maius* $A \text{ --- } C \text{ --- } B$
 Cum n. totum sit aliud quod tres partes integrales simul
 una pars erit minor tota sic tota linea AB maior
 est eius parte AC .

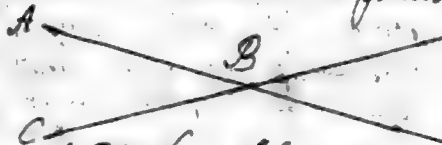
10^o *Duae rectae lineae unam et eandem segmentum commune*



*Intelligi quando constituuntur duae lineae, sic implicat
 ut linea AB , AC habeant commune AD , et eo n.
 censetur lineae rectae vel utriusque rectae ad se equo-
 riam interjiciunt puncta quando quodam duae rectae li-
 neae constituunt lineam tantum rectam lineam et implicat
 illas habere segmentum commune, linea enim AD , et
 linea BC habent commune segmentum*

11^o *Duae rectae lineae in uno puncto coniectae si producantur*

ambo necessario se mutuo in uno puncto intersecabuntur

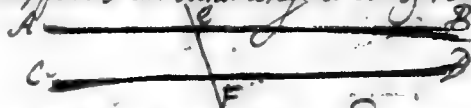


Si si linea $A.B$, et linea $A.C$ concurrentes in puncto B producantur intersecabunt se inuicem in B in quo concurrunt, et id ob rationem lineæ rectæ pariter nã aliq̃ui ad intersecante ex eoque sua puncta

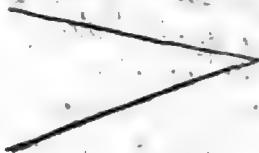
12 Omnes anguli recti sunt inter se equales

Varietas angulorū oritur a varietate inclinationis linearum in quibus autem anguli recti semper est eadem inclinatio nec augeri nec minui potest ad augmentum vel decrementum linearum. Hoc item demonstrari potest per suppositionem

13 Si in duabus rectis lineis altera recta incidens internos ad eandem partem quilibet angulorū duobus rectis minores faciat. Tunc illæ rectæ lineæ in infinitum productæ sibi mutuo incidant ad eam partem ubi sunt anguli duobus rectis minores



Quoniam plures inclinantes ad inuicem partes CB , FD , quàm alie partes AC , CF , quare quanto magis partes CB , et FD producuntur tanto propius efficiuntur directiones currant



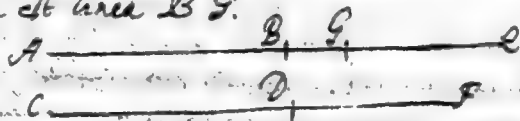
Hæc rectæ

14 Quae rectae lineae spatium non comprehendunt

Pateo ex definitione lineae rectae si enim ex una parte vocant
ita ut faciant angulum ex altera semper magis recedunt ad
invicem quare ut claudas spatium hoc est efficiat sufficiens
vnde clausum rectetur saltem ab una linea quae efficiat
triangulum

15 Si equalibus inequalia adiciantur erit totorum excessus adiun-
ctorum excessus equalis

Hoc est si lineis A, B, C equalibus adantur inequales
 B, C, D, F tota linea A, E maior erit C, F quantum
est maius aditamentis B, C aditamentis D, F hoc est
quanta est linea B, G .

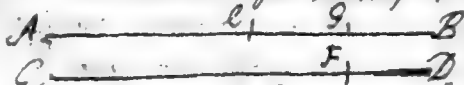


16 Si inequalibus equalia adiungantur erit totorum excessus eor-
um excessus qui a principio erat equalis

Proxima syllogismi figura tota linea A, E superat totam lineam
 C, F quantum linea A, B, C superat lineam D, F qui excessus
est linea B, G .

17 Si ab equalibus inequalia demantur erit residuum excessus
excessum ablatum equalis

Si enim a lineis A, B, C, D dempseris B, C, D, F inequalis
Linea maior residua C, F excedit lineam residuam mi-
norem A, E quantum linea maior oblata B, C superat lineam
minorem pariter oblata D, F qui excessus est linea C, G .



18 Et si ab inequalibus equalia demantur erit residuum
excessus excessum totorum equalis

Et

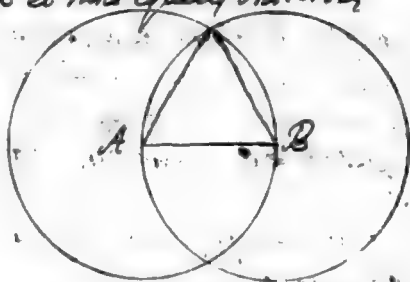
Sit linea AB que excedat lineas CD, GB , si ab lineis
 sumptis duas partes quales nimirum AE, EC , linea
 residua AB , excedit alias lineas residuas FD pariter
 et GB .



- 19 Omne totum equale est omnibus suis partibus simul sum-
 ptis ita. n. est totum, ac omnes partes simul sumptae.

Propositiones

- 1 Prima demonstratione. Quilibet ostendit triangulum sup-
 datum lineam AB esse equilaterum quia habet tria latera
 equalia, ostendit autem in dato triangulo tria latera esse
 equalia quia sunt lineae ductae ab eodem centro ad eandem
 circumferentiam et sunt equaliter unitae.



Propter huius problematis erit si centro factis in uno de
 terminis lineae datae ad aperturam illius lineae describere
 arcum circuli deinde ad eandem aperturam centro factis
 in altero termino eiusdem lineae duxeris alium arcum
 circuli, a puncto. n. ubi duo hi arcus se intersecant
 ductae lineae efficiant triangulum equilaterum.



Triangulum

Triangulus Isosceles eodem modo describat ad aperturam
 rectam vel maiorem vel minorem quam sit linea data

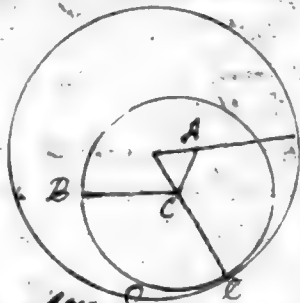


Scalenum efficiat & descriperis ex uno termino lineae datae
 arcum ad aperturam maiorem eadem linea data ut rectam
 ex alio termino quidem lineae ad aperturam ad hunc mai-
 or aliud circuli



Problema 2^{um} propositio 2^a

Ad datu punctu datae rectae lineae equalis rectae lineae
 ponere. In hac demonstratione probat lineae AB , BC ,
 esse inter se equalis quia sunt equalis univerticis minimis
 CE , et huius demonstrati. modus est illud axioma
 quod sunt equalia univerticis sunt equalia inter se



Prob^{ma} 3^{um} propositio 3^a

Dubius datis rectis lineis inaequalibus de maiore qua-
 lem minorem rectae lineae detrudere

A

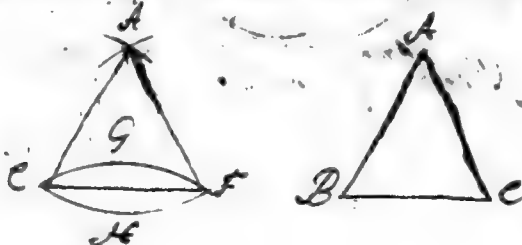
denon

ad 2^{am} met^{am}
 Demonstrat quod in 2^a demonstratione de maiori linea
 C.B. detracta est linea C.B. quae quia est equalis lineae
 D.B. et equalis lineae A, quae r^{ati}onib^{us} equalis igit^{ur} D.B.



Theorema ^{mus} ~~propositio~~ 4^a

Si duo triangula duo latera duob^{us} laterib^{us} equalia
 habeant utruq^{ue}, utriq^{ue} habeant uero et angulus angulo
 equalis sub equalib^{us} rectis lineis contentis et basim
 basi equalis. Habebunt erig^o triangulum triangulo
 equal^{iter} ac reliquis anguli reliquis angulis reliquis angulis
 equal^{iter} erig^o uero utriq^{ue} sub equalib^{us} equalia latera
 subtendunt. Bide^t in triangulo A.B.C habueris duo
 latera equalia laterib^{us} alterius trianguli D.C.F
 et angulus B.A.C equalis angulo C.D.F erig^o
 bases hor^{um} triangulor^{um} erunt equalis et totus trian-
 gulus tot^{us} triangulo et omnes anguli sunt equalis
 quia si intelligas hae duo angula sup^{er}ponere
 congruent sibi mutuo alioquin duo rect^{ae} lineae C.G.F
 et C.F uel lineae C.F et C.H.F caderent quatin^{us}



Theorema

Theorema 3^{us} propostio Quinta. V.
 In isocelinis triangulis quibus ad basim sunt anguli inter se
 sunt equaliter et producti equaliter rectis. Lineis qui sub
 basi sunt anguli inter se equaliter erunt.
 In triangulo isocelo ABC anguli supra basim
 ABC et ACB sunt equaliter quia si adferantur
 equaliter triangula ACE et BCD ab equalibus tri-
 angulis ACE et BCD qui remanent anguli ABC et
 ACB sunt equaliter. et ab eisdem angulis infra
 basim sunt equaliter. namque anguli ABC et ACB
 quia equaliter opponuntur lateribus et constant supra
 communi basim.



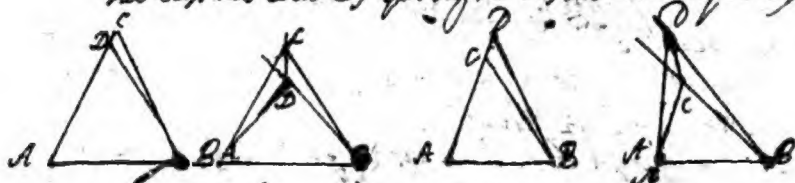
Theorema 3^{us} propostio Sexta. VI.
 Si in triangulo duo anguli equaliter inter se fuerint et sub
 equaliter angulis subiacentia latera equaliter inter se erunt
 Si anguli ABC et ACB sunt equaliter etiam latera AB
 et AC erunt equaliter. Si enim ad hunc equaliter abscindas si
 fieri poterit nostri gratia ex maiori AB in D lateri
 AC in E sit equaliter igitur AD
 Jam hoc posito sequeret quod duo triangula ADC

¶ C. B. count equalia totus et pars quod est absurdum

Theor. 4. propos. VII

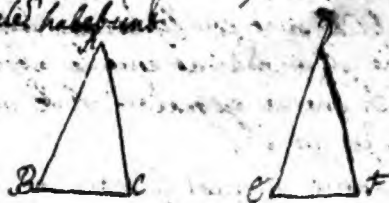
Super eadem recta lineam duabus eadem alio rectis lineis
alioque rectis lineis equalibus utraque utrius non constituent
ad aliud atque ad aliud punctum ad eandem partem eodemque
terminos cum duabus initio duabus rectis lineis habentibus

Nam si ponantur alioque lineae equaliter datae et C. B. quae coin-
cidant in alio puncto quod in C. hoc punctum aut erit in altera
utraque secunda. id est datae ut in puncto D in prima figura
aut intra triangulum in puncto E in secunda figura
aut extra triangulum in D ut in 3. figura aut in tali
loco ut posteriores duae lineae ambigant priores duas in D
ut in ultima figura nihil autem horum dici potest nam
vel sequeretur partes equaliter totae aut angulos oppositos
sub basi vel eadem eorum qui supra basin esse inaequales



Theor. V. propos. 8.

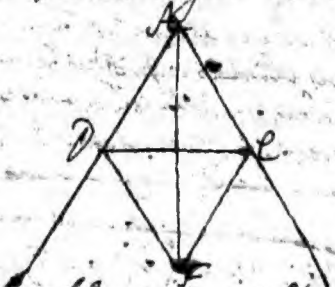
Si duo triangula duo latera haberint duobus lateribus
utrumque utrius equalia praeterquam utrumque utrius equaliter
angulos quosque sub equalibus rectis lineis contentum an-
gulo equaliter habebunt



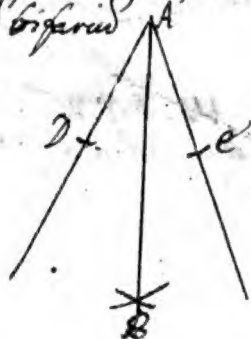
Nam si triangulus ABC habens latera et bases equa-
 lia triangulo DEF utriusq; utriusq; intelligas illi trian-
 guli congruentiam, namque eorum bases quae sunt oppositae
 lateribus et congruenti sunt eorum latera et patet hanc
 deinde potest et alia quod in hoc demonstratur est pro-
 portionis proxime appropinquans

Problema 4. propositio 9.

Datus angulus rectus lineis obliquis scire
 Angulus DAF et FAE sunt equales quia latera
 DAF et basi DF trianguli DAF sunt equa-
 lia lateribus et basi trianguli FAE utriusq; utriusq;
 igitur et angulus DAF angulo FAE quod ostendimus
 primi



Praxis huius problematis erit si centro A , abscindantur
 duae rectae equales AD cuiusvis magnitudinis ex cen-
 tris D et E , ad quamcumque distantiam describantur duas
 arcus se se secantes in B , linea tunc ab A in B ducta
 datus angulus bisectabit

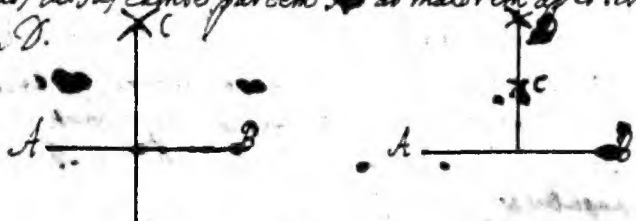


Problem V. propos. X

Datam rectam lineam finitam offendi. secare
 Super lineam datam circulo triangulo equilatero et diviso
 biforcem, recta dividenda est lineam datam que divisa
 erit in biforcem. Nam et duos triangulos ACD , DCB
 latera et anguli ad C , sunt equaliter, sunt etiam bases inter
 se equaliter



Ex centro A ad quodvis intervallum quod tamen in idem lineam
 AB excedat ducens duo arcus unus superne ad C alter
 inferne ad D et ex centro B ad eandem aperturem ducens
 duo pariter arcus intersecantes priores recta n . CD divi.
 Sit data linea biforcem. Si arcus inferne ducimus possunt
 quod linea lata sit in extremo veluti gratia allicuius
 plano descriptis ad C duobus arcubus describemus alios
 duos versus eandem partem ad maiorem aperturem
 in D .

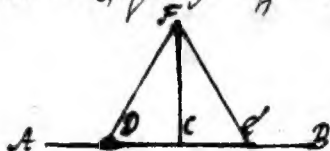


Prob. VI. propos. XI.

Data recta linea a puncto in ea dato recta linea ad
 angulos rectos excitare

A puncto C sumptis hinc inde duabus lineis equalibus
 $C. D$

CD, CE , et hujusmodi latus rectus triangulo equila-
tero linea ex F ad C erit perpendicularis quia ad basem
et latus triangulorum DCF ~~et~~ ECF sunt equalia
eiusdem anguli ad C , equaliter η adeo rectus.



Praxis

Ex puncto C abstante utrinque lineas equalles CD, CE
et ex D et E describentes duo arcus secantes se in F ,
recta namq FC erit perpendicularis

